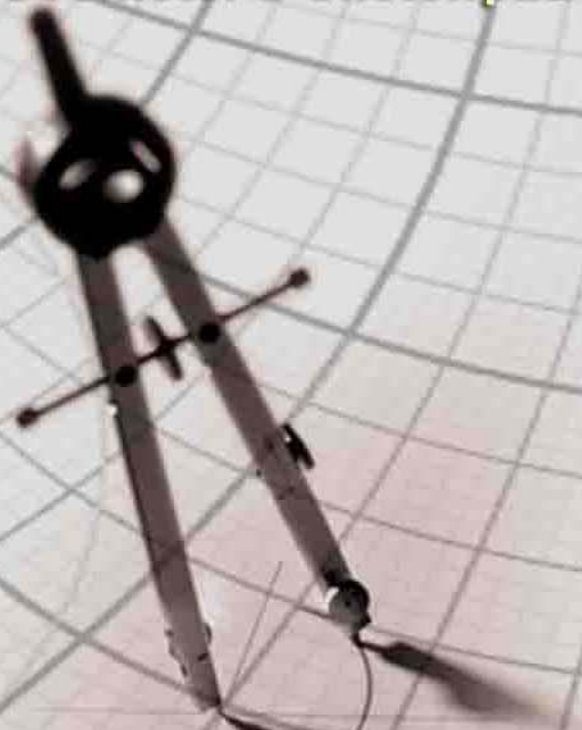
ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΤΠΕ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Πανεπιστημιακό Κέντρο Επιμόρφωσης (ΠΑ.Κ.Ε.) Αθήνας

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ "The Geometer's Sketchpad"



Μαθηματικά Ε΄ τάξης δημοτικού: «Ο κύκλος»

Νικόλαος Μπαλκίζας

Αθήνα, Φεβρουάριος 2008

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ
«THE GEOMETER΄S SKETCHPAD»
(Μαθηματικά Ε΄ τάξης δημοτικού: «Ο κύκλος»)

Επιμέλεια εξώφυλλου: Νικόλαος Μπαλκίζας

Compass (2008)

Περιεχόμενα

Δραστηριότητες με το Λογισμικό «The Geometer΄s Sketchpad»
Μαθηματικά Ε΄ τάξης δημοτικού: «Ο κύκλος»

Α. Έκθεση της δραστηριότητας

1.α. Σενάριο

Η δραστηριότητα απευθύνεται σε μαθητές της Ε΄ τάξης του δημοτικού σχολείου. Αναφέρεται στο μάθημα των Μαθηματικών και ειδικότερα στη διδακτική ενότητα ''Ο Κύκλος'' (βλ. βιβλ. *Τα μαθηματικά μου*, Ε΄ τάξη δημοτικού, δεύτερο μέρος, σελ. 101-107 – θεωρία και ασκήσεις).

Επίπεδο μάθησης

Οι μαθητές είναι ικανοί:

α) Να αναγνωρίζουν τον κύκλο.

β) Να κατασκευάζουν τον κύκλο στο χαρτί με το διαβήτη, να σημειώνουν το κέντρο του και να χαράζουν την ακτίνα του.

Στόχοι

Οι μαθητές να γίνουν ικανοί:

α) να κατασκευάζουν έναν κύκλο σε υπολογιστικό περιβάλλον με τη βοήθεια ενός κατάλληλου προγράμματος («The Geometer΄s Sketchpad»).

β) Να κατανοήσουν πληρέστερα την έννοια του κύκλου.

γ) Να γνωρίσουν συστηματικά τα στοιχεία του κύκλου: κέντρο, ακτίνα, διάμετρο, χορδή και τόξο.

δ) Ειδικότερα, να κατανοήσουν τις σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ των στοιχείων του κύκλου (π.χ. σχέση διαμέτρου-ακτίνας).

ε) να κατανοήσουν πώς υπολογίζεται το μήκος του κύκλου, καθώς και ο αριθμός π.

1.β. Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό

Κατασκευή του κύκλου και των στοιχείων του

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τις έννοιες *σημείο* και *ευθύγραμμο τμήμα* (διδάσκονται σε προηγούμενες ενότητες, βλ. βιβλ. *Τα μαθηματικά μου*, Ε΄ τάξη δημοτικού, πρώτο μέρος, σελ. 71-73 – θεωρία και ασκήσεις).

Χρόνος στην Τάξη: 45 λεπτά.

Σχέδιο και Έρευνα

- Κατά τη διαδικασία της κατασκευής του κύκλου, καλό είναι να δίνονται και κάποιοι ορισμοί που έχουν σχέση με τα στοιχεία του κύκλου ή με τις μεταξύ τους σχέσεις (όπου υπάρχουν).

- Τα διάφορα στοιχεία του κύκλου να εμφανίζονται με διαφορετικά χρώματα (εκτός από την ονοματολογία τους), έτσι ώστε οι μαθητές να μπορούν να παρακολουθούν καλύτερα τη διαδικασία κατασκευής.

Δραστηριότητες

1η δραστηριότητα: Σχέση δ-α (διαμέτρου-ακτίνας).
2η δραστηριότητα: Μήκος του κύκλου (Κ).

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τις έννοιες *ακτίνα*, *διάμετρος* και *περιφέρεια (μήκος κύκλου)* (διδάσκονται σε προηγούμενες ενότητες, βλ. βιβλ. *Τα μαθηματικά μου*, Ε΄ τάξη δημοτικού, δεύτερο μέρος, σελ. 101-107 – θεωρία και ασκήσεις). Είναι βολικό αν γνωρίζουν ήδη ότι ο λόγος περιφέρειας προς διάμετρο ισούται με **π**, οπότε η δραστηριότητα αυτή χρησιμεύει ως ανασκόπηση της έννοιας του **π** με μια άλλη προσέγγιση.

Χρόνος στην Τάξη: 45 λεπτά.

Σχέδιο και Έρευνα

- Στις δραστηριότητες περιλαμβάνονται και κάποιες οδηγίες για την εκτέλεσή τους που βοηθούν τους μαθητές.

- Οι δραστηριότητες έχουν το χαρακτήρα της ανακαλυπτικής μάθησης. Ο μαθητής μέσα από επαναλαμβανόμενες ενέργειες καταλήγει σε κάποιο συμπέρασμα και εξάγει τον κανόνα ο οποίος του εμφανίζεται στο τέλος της κάθε δραστηριότητας.

- Υπάρχει κουμπί επαναφοράς στο αρχικό στάδιο της κάθε δραστηριότητας, έτσι ώστε ο μαθητής να μπορεί να την επαναλαμβάνει όσες φορές θέλει μέχρι να την κατανοήσει.

- Κάθε δραστηριότητα γίνεται με βηματικό τρόπο. Κάθε φορά προστίθενται και κάποια επιπλέον στοιχεία, μέχρι να ολοκληρωθεί η δραστηριότητα.

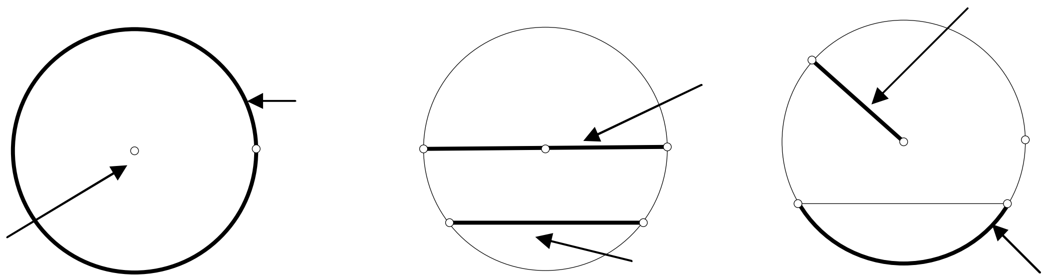
1.γ. **ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1**

Κύκλος – μήκος κύκλου

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:………..

ΤΑΞΗ:............................ **ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ**:. ....

1. Να χαρακτηρίσετε όλα τα στοιχεία των παρακάτω κύκλων.



………………….. ……………………… ……………………..

…………………… ………………………. ……………………..

2. Με κέντρο Ο να γράψετε δύο ομόκεντρους κύκλους, που ο ένας να έχει ακτίνα 1εκ. και ο άλλος 1,5εκ.

O

3. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Διάμετρος	11εκ.		7μ.		2δεκ.		25χιλ.
Ακτίνα		3,5εκ.		1,5μ.		3,3δεκ.	

4. Να χαράξετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ = 1,5 εκ. και ύστερα να σχεδιάσετε έναν κύκλο με ακτίνα το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ.

5. Να χαράξετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ = 2εκ. και ύστερα να σχεδιάσετε έναν κύκλο με διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.

6. Να σχεδιάσετε έναν κύκλο με κέντρο το σημείο Ο και ακτίνα 2εκ. Να βάλετε ένα σημείο Α πάνω στον κύκλο και ύστερα να χαράξετε δύο χορδές ΑΒ = 1εκ. και ΑΓ = 2εκ.

7. Ένα πλαστικό στεφάνι της αγωνιστικής γυμναστικής έχει ακτίνα 35 εκ. Πόσο είναι η περίμετρός του (μήκος κύκλου);

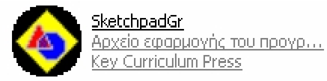
8. Ο δήμος Αθηναίων θέλει να περιφράξει με κάγκελο μια κυκλική πλατεία, που έχει διάμετρο 50 μέτρα. Πόσα μέτρα κάγκελο θα προμηθευτεί και πόσο θα κοστίσει, αν το ένα μέτρο κοστίζει 10 ευρώ;

2. Τεχνική έκθεση παρουσίασης και ανάλυσης της δραστηριότητας

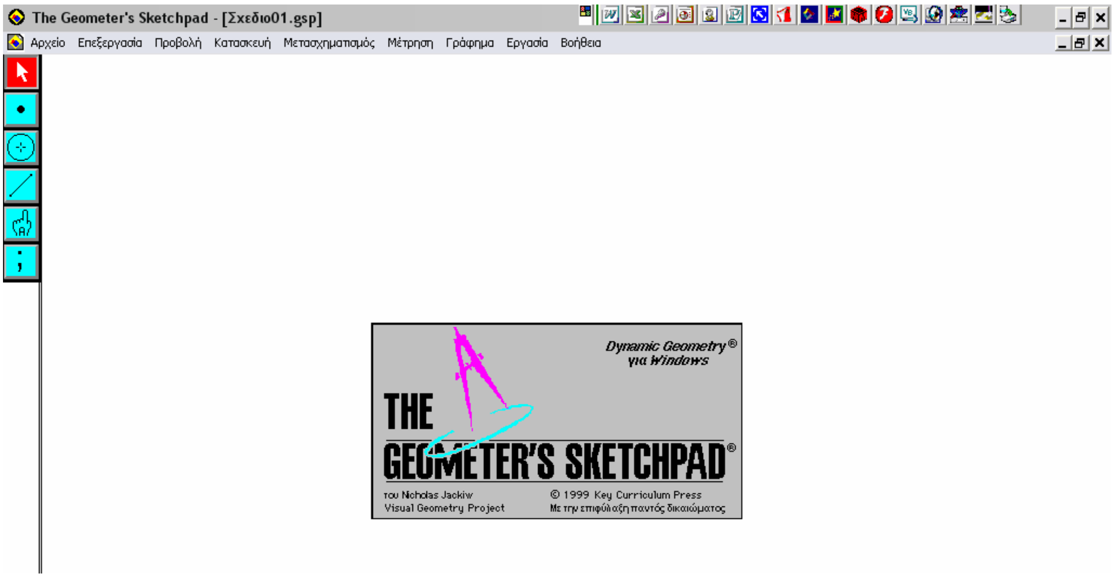
Μαθηματικά Ε΄ τάξης δημοτικού: «Ο κύκλος».

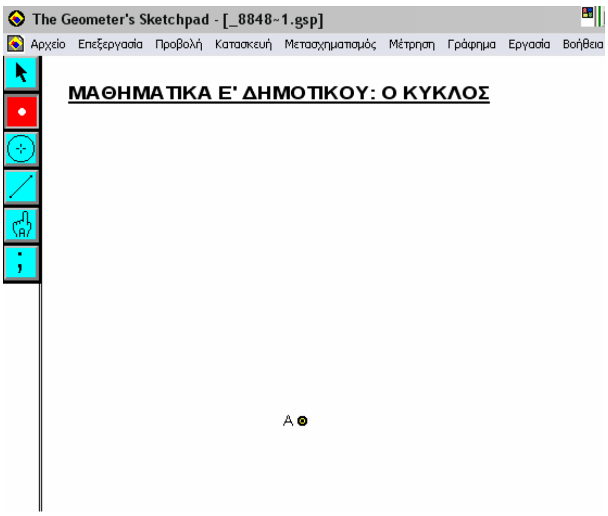
Κατασκευή του κύκλου και των στοιχείων του.

Ανοίξτε το πρόγραμμα «The Geometer΄s Sketchpad» πατώντας το εικονίδιο



1. Το περιβάλλον εργασίας του «The Geometer΄s Sketchpad» εμφανίζεται στην οθόνη.

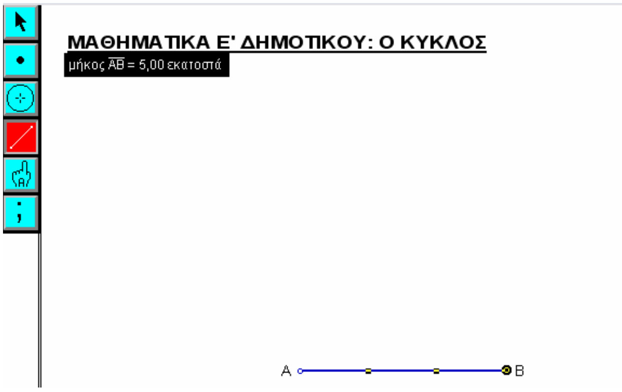




2. Πάρτε ένα σημείο **Α** (από την εργαλειοθήκη).

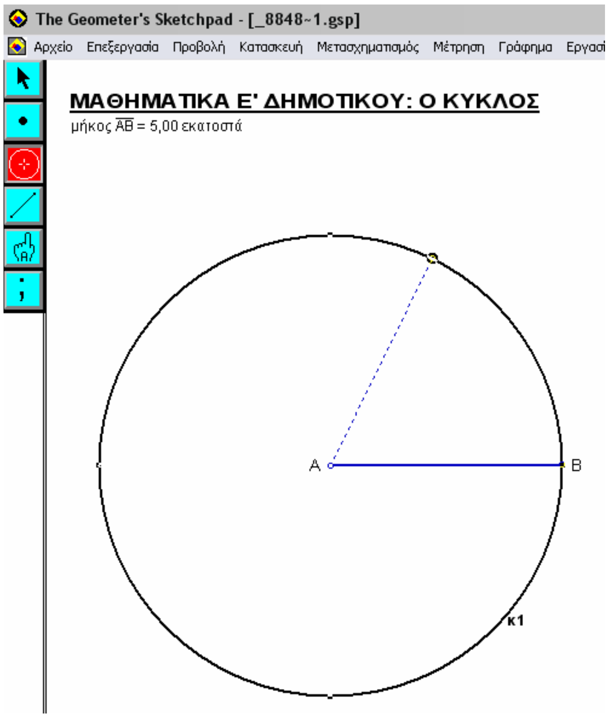
3. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα **ΑΒ**.

Επιλέξτε το ευθύγραμμο τμήμα. Από το μενού **Μέτρηση => Μήκος** βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ σε εκατοστά.



4. Κατασκευάστε κύκλο **κ1** με κέντρο το **Α** (η περιφέρεια του κύκλου να καταλήγει στο σημείο **Β**).

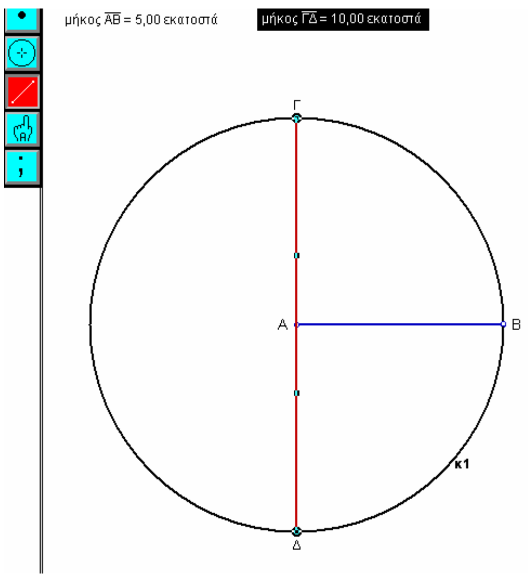
5. Κατασκευάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο θα αποτελεί το ίχνος του **ΑΒ** (Στυλ γραμμής => διακεκομμένη – με δεξί κλικ).



Επιλέξτε το σημείο όπου καταλήγει η διακεκομμένη γραμμή, κατόπιν επιλέξτε τον κύκλο και από το μενού **Επεξεργασία => Κουμπί ενέργειας => Κινούμενα γραφικά…** κάντε αντιστοίχηση διαδρομής γύρω από τη διαδρομή του κύκλου **κ1**.

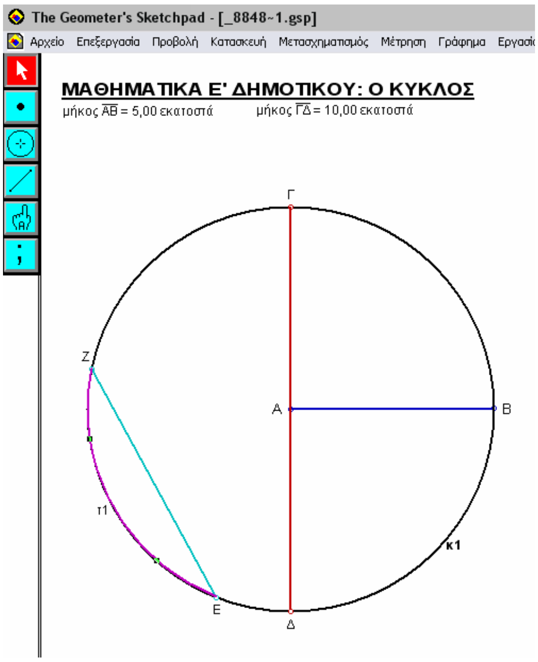
Το ευθύγραμμο τμήμα θα αρχίσει να κινείται κατά το μήκος της διαδρομής του κύκλου **κ1**, έτσι ώστε να φανεί ότι κάθε σημείο της περιφέρειας του κύκλου απέχει εξίσου από ένα σημείο του επιπέδου που λέγεται κέντρο του κύκλου (στην προκειμένη περίπτωση το σημείο **Α**). Το ευθύγραμμο τμήμα **ΑΒ** όπως και το **ίχνος** του, είναι ακτίνες του ίδιου κύκλου.

6. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα **ΓΔ** που ενώνει δύο σημεία του κύκλου, περνώντας από το κέντρο του **Α** και χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα τμήματα, τα ημικύκλια.



Επιλέξτε το ευθύγραμμο τμήμα **ΓΔ**. Από το μενού **Μέτρηση => Μήκος** βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος σε εκατοστά.

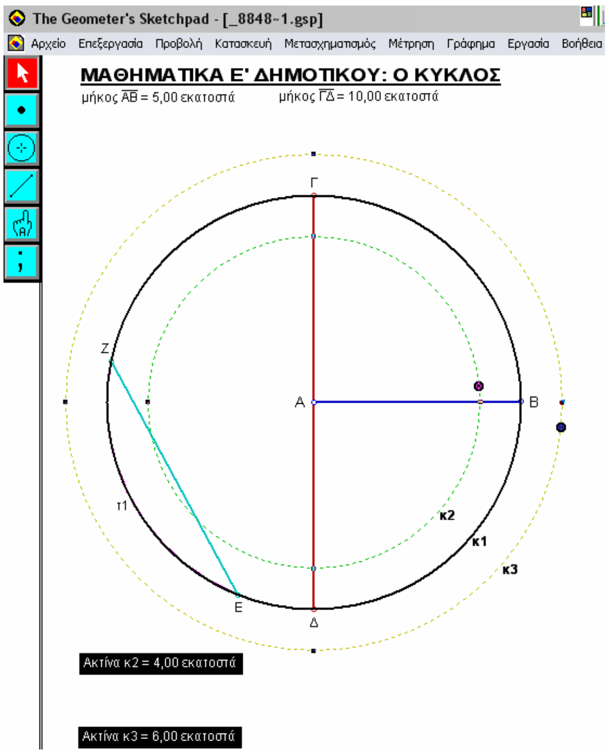
7. Κατασκευάστε το ευθύγραμμο τμήμα **ΕΖ** (χορδή), που ενώνει δύο σημεία του κύκλου (χωρίς να περνάει από το κέντρο αυτή τη φορά, για να φανεί η διαφορά διαμέτρου-χορδής).



8. Κατασκευάστε το τόξο **τ1** που αρχίζει και τερματίζει στα άκρα της χορδής **ΕΖ**.

Επιλέξτε τα σημεία **Ε** και **Ζ** και το κομμάτι του κύκλου που είναι ανάμεσα σ' αυτά τα σημεία. Από το μενού **Κατασκευή => Τόξο κύκλου** εμφανίστε το τόξο **τ1**.

9. Κατασκευάστε δύο κύκλους **κ2** και **κ3** με κέντρο το σημείο **Α**. Αυτοί οι κύκλοι λέγονται *ομόκεντροι* γιατί έχουν το ίδιο κέντρο.

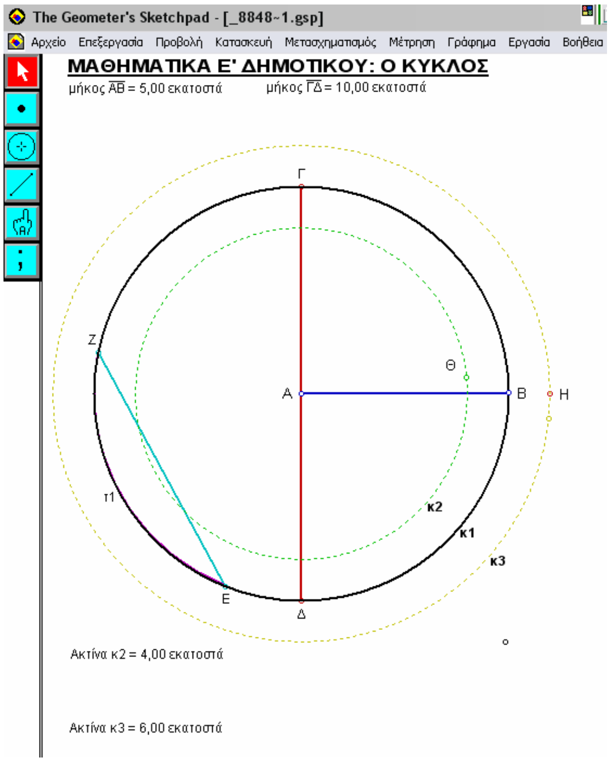


Επιλέξτε τον κάθε κύκλο με τη σειρά. Από το μενού **Μέτρηση => Ακτίνα** βρείτε το μήκος της ακτίνας του καθενός σε εκατοστά.

Δραστηριότητες

1η δραστηριότητα: Σχέση δ-α (διαμέτρου-ακτίνας).

1. Πάρτε ένα σημείο **Θ** πάνω στην περιφέρεια του κύκλου **κ2** και ένα σημείο **Η** πάνω στην περιφέρεια του κύκλου **κ3**.



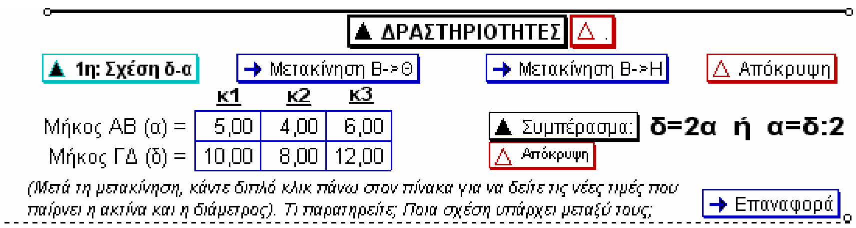
Επιλέξτε τον κάθε κύκλο με τη σειρά. Από το μενού **Κατασκευή => Σημείο σε αντικείμενο** κατασκευάστε τα σημεία **Θ** και **Η**. Επιλέξτε το σημείο **Β** και κατόπιν το σημείο **Θ**. Από το μενού **Επεξεργασία => Κουμπί ενέργειας => Μετακίνηση** επιλέξτε να μετακινηθεί το σημείο **Β** στο σημείο **Θ**. Κάντε το ίδιο και για τα σημεία **Β** και **Η**.

2. Φτιάξτε πίνακα με τις τιμές της ακτίνας και της διαμέτρου για τον κύκλο **κ1**.

Επιλέξτε την ακτίνα και τη διάμετρο του κύκλου **κ1**. Από το μενού **Μέτρηση => Πινακοποίηση** φτιάξτε τον πίνακα με τις τιμές αυτές.

	κ1	κ2	κ3
Μήκος ΑΒ (α) =	5,00		
Μήκος ΓΔ (δ) =	10,00		

3. Πατήστε τα αντίστοιχα κουμπιά για να μετακινηθεί το σημείο **Β** στα σημεία **Θ** και **Η** με τη σειρά. Μετά από κάθε ενέργεια, πατήστε <u>διπλό κλικ πάνω στον πίνακα</u> που δημιουργήσατε για να εμφανιστούν οι νέες τιμές για τους κύκλους **κ2** και **κ3**.

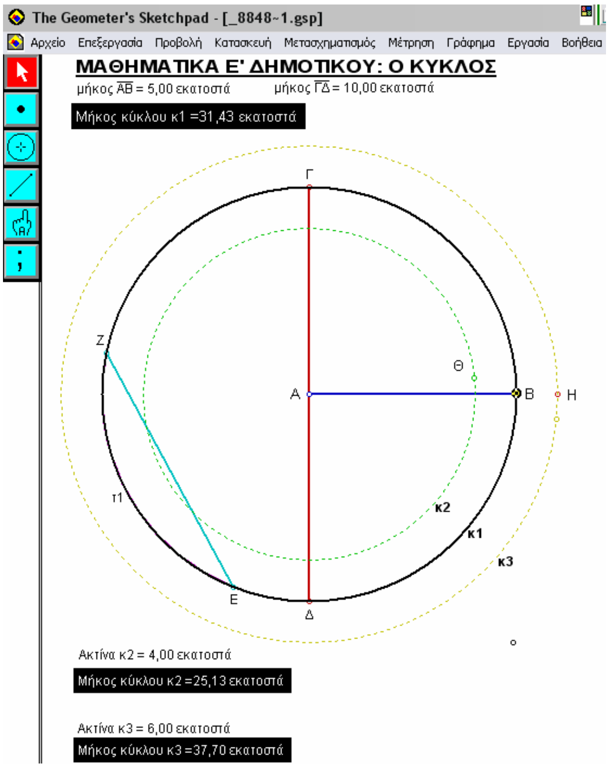


Μπορείτε να δείτε τη σχέση που έχουν μεταξύ τους οι τιμές της ακτίνας και της διαμέτρου; Βγάζετε κάποιο συμπέρασμα;

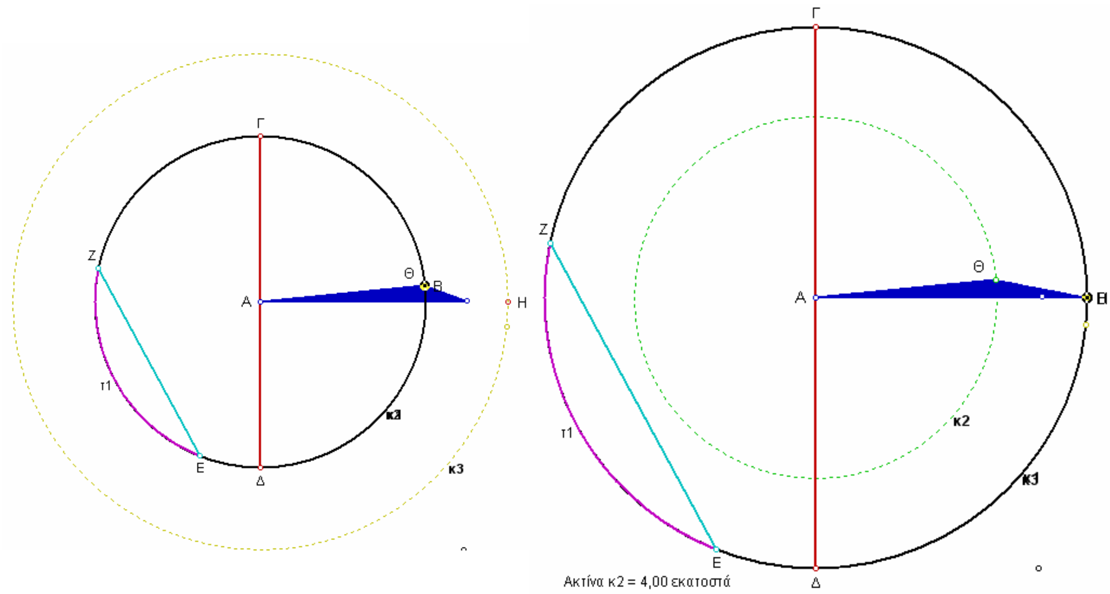
2η δραστηριότητα: Μήκος του κύκλου (Κ) – Αριθμός π.

1. Υπολογίστε το μήκος της περιφέρειας των κύκλων **κ1**, **κ2** και **κ3** (μήκος κύκλου).

Επιλέξτε τον κάθε κύκλο με τη σειρά. Από το μενού **Μέτρηση => Περιφέρεια** βρείτε το μήκος της περιφέρειας του κάθε κύκλου (μετονομάστε την περιφέρεια σε μήκος κύκλου).



2. Χρησιμοποιήστε την ενέργεια (3) της 1ης δραστηριότητας για να μετακινήσετε το σημείο **B** στα σημεία **Θ** και **H** κάθε φορά.

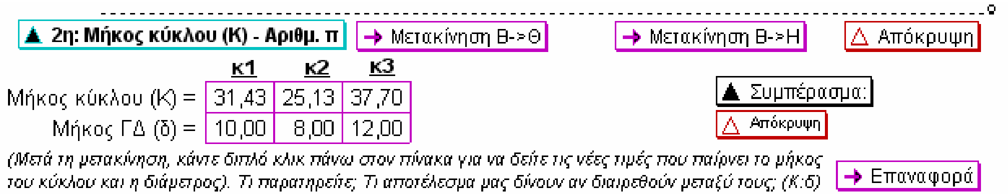


3. Φτιάξτε πίνακα με τις τιμές του μήκους κύκλου και της διαμέτρου για τον κύκλο **κ1**.

Επιλέξτε τη διάμετρο και το μήκος κύκλου του κύκλου **κ1**. Από το μενού **Μέτρηση => Πινακοποίηση** φτιάξτε τον πίνακα με τις τιμές αυτές.

	κ1	κ2	κ3
Μήκος κύκλου (Κ) =	31,43		
Μήκος ΓΔ (δ) =	10,00		

4. Πατήστε τα αντίστοιχα κουμπιά για να μετακινηθεί το σημείο **Β** στα σημεία **Θ** και **Η** με τη σειρά. Μετά από κάθε ενέργεια, πατήστε διπλό κλικ πάνω στον πίνακα που δημιουργήσατε για να εμφανιστούν οι νέες τιμές για τους κύκλους **κ2** και **κ3**.

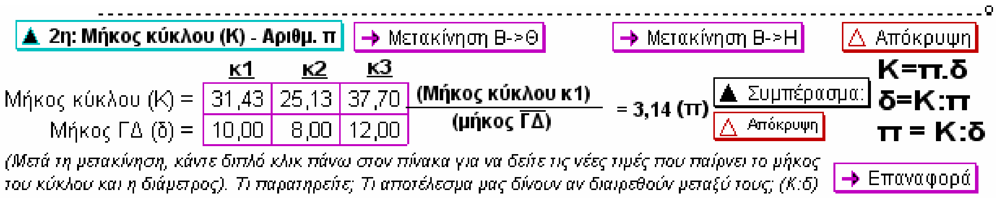


Μπορείτε να δείτε τη σχέση που έχουν μεταξύ τους οι τιμές του μήκους κύκλου και της διαμέτρου; Τι αποτέλεσμα μας δίνουν αν διαιρεθούν μεταξύ τους; Βγάζετε κάποιο συμπέρασμα;

5. Διαιρέστε το **Μήκος κύκλου κ1** διά το **μήκος ΓΔ** (διάμετρος) για κάθε μία από τις νέες τιμές που εμφανίζονται στον πίνακα. Δείτε τα αποτελέσματα της διαίρεσης. Δώστε τους το όνομα **π**. Μπορείτε να βγάλετε κάποιον κανόνα για τα αποτελέσματα;

Επιλέξτε το μήκος κύκλου του κύκλου **κ1** και το μήκος ΓΔ (διάμετρος). Από το μενού **Μέτρηση => Υπολογισμός** βάλτε τις τιμές με τη σειρά και ανάμεσά τους το σημείο της διαίρεσης. Πατήστε ΟΚ για να δείτε το αποτέλεσμα.

Για επόμενους υπολογισμούς κάντε διπλό κλικ πάνω στο αποτέλεσμα και ακολουθήστε την ίδια διαδικασία.



Β. Συστήματα Δυναμικής Γεωμετρίας

«Ως εκπαιδευτικό λογισμικό ορίζεται το προϊόν της τεχνολογίας με το οποίο προσπαθούμε να διδάξουμε ένα γνωστικό αντικείμενο υλοποιώντας συγκεκριμένη παιδαγωγική φιλοσοφία και συγκεκριμένη εκπαιδευτική στρατηγική».
(ΕΑΙΤΥ 2002)

1. Ο ρόλος της τεχνολογίας στη μάθηση των μαθηματικών

Υποστηρίζεται από πολλούς ερευνητές ότι ο υπολογιστής μπορεί να παίξει σημαντικό και μοναδικό ρόλο στη γνωστική ανάπτυξη των μαθητών και ορισμένα περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού αλλά και προγράμματα γενικού σκοπού χαρακτηρίστηκαν ως γνωστικά περιβάλλοντα (Hillel, 1993, Dorfler, 1993, Laborde, 1993). Ο υπολογιστής σύμφωνα με τους Noss & Hoyles, (1992) παίζει κεντρικό, καθολικό και διαπεραστικό ρόλο στο πλαίσιο συμφραζομένων στο οποίο συντελείται η μάθηση, στο οποίο εντάσσονται επίσης, ο καθηγητής, οι μαθητές και η αλληλεπίδραση μεταξύ τους καθώς και οι δραστηριότητες τις οποίες καλούνται να φέρουν σε πέρας.

Υποστηρίζεται ότι το περιβάλλον του υπολογιστή με τη μορφή εκπαιδευτικού λογισμικού μπορεί να παίξει το ρόλο σκαλωσιάς (scaffolding) και να λειτουργήσει υποστηρικτικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών (Hoyles & Noss, 1989, Κορδάκη, 1999) καθώς και ως περιβάλλον αναδιοργάνωσης της σκέψης των παιδιών (Hillel, 1993, Κορδάκη, 1999). Οι Borba & Confrey, (1996) αναφέρθηκαν στο ρόλο του εκπαιδευτικού λογισμικού ως μέσου διαμεσολάβησης στις ενέργειες του μαθητή αφ ενός και αφ ετέρου ως μέσου του οποίου οι δυνατότητες δύνανται να διευρυνθούν από τις ενέργειες του μαθητή. Ο διαμεσολαβητικός ρόλος του υπολογιστή καθορίζεται μέσα από το διαμεσολαβητικό ρόλο της γλώσσας και των αναπαραστάσεων που παρέχει στη σύνδεση της δραστηριότητας του ατόμου και της μαθηματικής αφαίρεσης. Η μαθηματικοποίηση αποτελεί τη σύνδεση. Η τεχνολογία και ειδικότερα οι υπολογιστές μπορούν να δώσουν στους μαθητές την ευκαιρία για μαθηματικοποίηση μέσα από την πραγματοποίηση συνδέσεων μεταξύ μη τυποποιημένων και τυποποιημένων μαθηματικών (Noss, 1988). Μπορεί επίσης να τους βοηθήσει να κάνουν γενικεύσεις στηριγμένοι σε ειδικές περιπτώσεις (Hoyles & Noss, 1989). Από μια ευρύτερη σκοπιά: «*η δύναμη της τεχνολογίας η οποία διαμορφώνει τα Μαθηματικά επηρεάζει επίσης σε βάθος και τη διδασκαλία και τη μάθησή τους» (Kaput, 1992).*

Ο τρόπος διδασκαλίας της Γεωμετρίας έχει απασχολήσει εδώ και αρκετές δεκαετίες παιδαγωγούς και μαθηματικούς. Η σωστή αναλογία μεταξύ θεωρίας και πράξης στο μάθημα της Γεωμετρίας με σκοπό την κατανοήσή της από τους μαθητές, συνεχίζει και σήμερα να αποτελεί αντικείμενο πολλών παιδαγωγικών ερευνών. Τα αποτελέσματα των ερευνών αυτών έδειξαν, ότι η χρησιμοποίηση εποπτικού υλικού και κυρίως των υπολογιστών βοηθούν προς αυτή την κατεύθυνση.

Οι υπολογιστές εισήγαγαν ένα νέο τρόπο διδασκαλίας της Γεωμετρίας, που ασχολείται με έννοιες που προκύπτουν από την άμεση αντίληψη του χώρου που μας περιβάλλει. Η Fey (1984) προσδιόρισε τη συμβολή των υπολογιστών στην ανάπτυξη της γεωμετρικής αντίληψης των μαθητών και στην ικανότητα τους να διεξάγουν συμπεράσματα:

> *«Η ικανότητα των υπολογιστών στην παρουσίαση γραφικών και αριθμητικών πράξεων δημιουργούν ένα νέο μαθησιακό περιβάλλον στα Μαθηματικά, στο οποίο οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν με τα γεωμετρικά σχήματα και τις μεταξύ τους σχέσεις. Η εξερευνητική αυτή εμπειρία υπόσχεται την εδραίωση ισχυρής γεωμετρικής αντίληψης και ικανότητας δημιουργίας υποθέσεων, που αποτελούν βασικά στοιχεία της λύσης προβλημάτων κάθε κλάδου των Μαθηματικών».*

Η Γεωμετρία βασίζεται σε εικόνες, διαγράμματα και επαγωγικούς συλλογισμούς. Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες στο σχεδιασμό της διδασκαλίας της Γεωμετρίας είναι η ικανότητα των μαθητών να διαβάζουν, να εργάζονται με σχήματα, καθώς και το επίπεδο της γεωμετρικής τους σκέψης. Η διδασκαλία πρέπει να ταυτίζεται με τις ικανότητες των μαθητών, διαφορετικά θα εμφανισθούν δυσκολίες στην κατανόηση εννοιών από αυτούς.

Τελευταία η διάθεση λογισμικού σχεδιασμένου για τη διδασκαλία Γεωμετρίας στις τάξεις, καθώς και η προτροπή της χρησιμοποίησής του από διεθνή συνέδρια, δημιούργησε μια σειρά από ερωτήματα όπως:

α) Πρέπει να χρησιμοποιείται λογισμικό βασισμένο σε ερωτήσεις;

β) Ποια είναι τα αποτελέσματα της χρήσης του;

γ) Τι αλλαγές θα εμφανισθούν;

Με τεχνικούς όρους ένα κατάλληλο για μάθηση εκπαιδευτικό λογισμικό θα πρέπει να διαθέτει:

• υψηλού βαθμού αλληλεπιδραστικότητα
• άμεση διαχείριση μαθηματικών αντικειμένων
• εικονική ανατροφοδότηση
• αριθμητική ανατροφοδότηση
• ποικιλία εργαλείων για εννοιολογική κατασκευή μαθηματικών εννοιών
• εργαλεία κυμαινόμενης διαφάνειας για επίλυση ποικιλίας σημαντικών προβλημάτων
• πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα (εικονικά, γραφικές παραστάσεις, πινακοποίηση, εξισώσεις, υπολογισμοί)
• εργαλεία βοήθειας
• επεκτασιμότητα

Σήμερα, με την αυξανόμενη ανάπτυξη της υπολογιστικής ισχύος και την εξέλιξη των προσωπικών υπολογιστών *(Personal Computers)*, οι τελευταίοι έχουν γίνει ένα χρήσιμο πολύπλευρο εργαλείο στην τάξη. Οι τιμές τους μειώνονται, και χρόνο με το χρόνο η εισαγωγή των υπολογιστών στα σχολεία γίνεται ευκολότερη.

Ο Driscoll (1982) είχε υπογραμμίσει την εξαιρετικά μεγάλη συνεισφορά των προγραμμάτων των υπολογιστών στην ανάπτυξη της μάθησης της Γεωμετρίας.

«Οι υπολογιστές μπορούν να αποδειχθούν η καλύτερη γέφυρα που υπήρξε ποτέ, μεταξύ της ανάπτυξης της ικανότητας αναγνώρισης γεωμετρικών σχημάτων από τους μαθητές και των επαγωγικών συλλογισμών που απαιτούνται στη διαδικασία επίλυσης ασκήσεων».

Η χρησιμοποίηση στα σχολεία της γλώσσας Logo ή *«της γλώσσας της χελώνας»,* όπως ονομάστηκε, έκανε τους υπολογιστές περισσότερο δημοφιλείς στους μαθητές. Ο Papert (1980), που τη δημιούργησε και την έκανε διάσημη, αναφέρει ότι η Logo οδηγεί:

στην ανάπτυξη της γενικής σκέψης των παιδιών,
στην αύξηση της ικανότητά τους να λύνουν προβλήματα και
στην προσφορά βοήθειας για την κατανόηση βασικών μαθηματικών εννοιών.

Μερικές γεωμετρικές έννοιες, παρουσιάζονται καλύτερα με τη Logo, όπως οι γωνίες, η ομοιότητα και μερικές ιδιότητες σχημάτων.

Τα περιβάλλοντα μάθησης τα οποία σχεδιάζονται με βάση το γνωσιοθεωρητικό πλαίσιο του εποικοδομισμού είναι κυρίως ανοικτά περιβάλλοντα. Χαρακτηριστικά αναφέρονται το περιβάλλον της γλώσσας Logo, το περιβάλλον της δυναμικής Γεωμετρίας Cabri-Geometry (Laborde, 1990), Geometers΄ Schetsch Pad, όπως και το περιβάλλον ημι-ποσοτικών μοντέλων Models Creator (Dimitrakopoulou, et al, 1999).

Τα περιβάλλοντα αυτά τα οποία ορίζονται και ως μικρόκοσμοι (Papert, 1980) αποτελούνται από ένα σύνολο από πρωταρχικά αντικείμενα και βασικές λειτουργίες που επιδρούν σε αυτά όπως και ένα σύνολο από κανόνες που διέπουν αυτή την επίδραση, τα οποία σχετίζονται με τη συνήθη δομή ενός τυπικού συστήματος. Επιπλέον αποτελούνται από έναν χώρο ο οποίος συνδέει αντικείμενα και λειτουργίες με τα φαινόμενα στην οθόνη του υπολογιστή. Ουσιαστικά αυτός ο χώρος καθορίζει τον τύπο της ανάδρασης που παρέχουν αυτά τα περιβάλλοντα (Balacheff & Sutherland, 1994).

Η αξιολόγηση τέτοιων περιβαλλόντων έχει δυσκολίες από την άποψη του ότι η μαθησιακή πορεία του μαθητή δεν μπορεί να προβλεφθεί από τη φάση του σχεδιασμού του λογισμικού. Επιπλέον, αυτά τα περιβάλλοντα είναι δυνατόν να εξελίσσονται κατά τη διάρκεια της χρήσης τους από τους μαθητές (Hoyles, 1993). Από αυτή την άποψη η έρευνα για την αξιολόγησή τους στο πεδίο είναι αναντικατάστατη.

Πιο συγκεκριμένα οι τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας δίνουν δυνατότητες:

α) *προσομοίωσης πραγματικών καταστάσεων*. Με αυτό τον τρόπο δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να προσεγγίσουν τα μαθηματικά αφ ενός ως ανθρώπινες δραστηριότητες (Bishop,1988b) και αφ ετέρου να κατανοήσουν τη σημασία τους σε ένα διεπιστημονικό πλαίσιο (Clements, 1989).

β) *πειραματισμού.* Οι μαθητές σε ειδικά σχεδιασμένα περιβάλλοντα έχουν την ευκαιρία να πραγματοποιήσουν μαθηματικές διερευνήσεις.

γ) εικονικής ανατροφοδότησης των ενεργειών του μαθητή. Με αυτό τον τρόπο του δίνεται η δυνατότητα για αναστοχασμό, διόρθωση και διατύπωση εικασίας. Η διαδικασία αυτή είναι δυνατό να συνεχιστεί έως ότου καταλήξει σε βιώσιμο αποτέλεσμα και είναι η ίδια με αυτήν που ακολουθούν οι μαθηματικοί στην παραγωγή νέας μαθηματικής γνώσης (Lakatos, 1976). Οι εικόνες που δημιουργούνται από τους μαθητές σε περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού δεν είναι φτωχές αναπαραστάσεις αισθητηριακού επιπέδου διότι έχουν μια δικιά τους εσωτερική λογική που εξαρτάται από τη διαδικασία η οποία τις παράγει και τις εμφανίζει στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή (Dorfler,1993). Οι εικόνες αυτές παίζουν ένα διαμεσολαβητικό ρόλο ο οποίος εξαρτάται από τη συνεισφορά της εννοιολογικής και της αισθητηριακής διάστασης και της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης. Με αυτό τον τρόπο ένα νέο είδος αισθητηριακής αντίληψης διαμορφώνεται. Αυτού του είδους η εικονική ανατροφοδότηση δεν έχει μόνο αισθητηριακά χαρακτηριστικά αλλά περιέχει και πληροφορία βοηθώντας έτσι το μαθητή να ελέγξει τις υποθέσεις του.

δ) *υψηλής αλληλεπίδρασης.* Τα δυναμικά αλληλεπιδραστικά ηλεκτρονικά περιβάλλοντα ενεργοποιούν νέους τρόπους σκέψης, διότι οι ενέργειες του μαθητή βρίσκονται συνδεδεμένες με τις μαθηματικές σημασίες τους, ενώ στα παραδοσιακά μέσα βρίσκονται σε απόσταση. Έτσι σηματοδοτείται μια αργή αλλά βαθειά ιστορική εξέλιξη η οποία οδηγεί στο κατώφλι μιας νέας ιστορικής εποχής (Kaput, 1994).

ε) *δυναμικής αναπαράστασης μιας μαθηματικής έννοιας* από την άποψη του ότι τα βασικά χαρακτηριστικά της παραμένουν σταθερά και κρυμμένα στην εσωτερική λογική με την οποία η έννοια έχει υλοποιηθεί στο λογισμικό, ενώ είναι δυνατό να εξεικονίζονται στην οθόνη του υπολογιστή κλάσεις ισοδυναμίας εξωτερικών αναπαραστάσεων αυτής της έννοιας οι οποίες διατηρούν αυτή την εσωτερική λογική.

στ) *αναπαράστασης μιας μαθηματικής έννοιας σε πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα.* Οι υπολογιστές δίνουν ευκαιρίες αναπαράστασης μιας έννοιας ή/και μιας σχέσης σε πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα όπως π.χ. εικόνες, διαγράμματα, πίνακες, αριθμητικές αναπαραστάσεις, γραφικές παραστάσεις, αναπαραστάσεις σε φυσική γλώσσα, σε γλώσσες προγραμματισμού, σε κινούμενη εικόνα, σε προσομοίωση, τα οποία είναι δυνατό να επικοινωνούν μεταξύ τους. Η επιλογή των αναπαραστάσεων που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό και στην υλοποίηση εκπ/κού λογισμικού παίζει σημαντικό ρόλο στη διαφοροποίηση των στρατηγικών που αναπτύσσουν οι μαθητές για τα προβλήματα που τους τίθενται (Κορδάκη 1999, Kordaki & Potari, 2002, Kordaki, 2003). Ιδιαίτερη σημασία έχουν οι δυναμικές αναπαραστάσεις στην κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών όπου το σχήμα και η έννοια βρίσκονται σε διαλεκτική σχέση και αλληλεπίδραση (Mariotti, 1995). Επιπλέον, τα εικονικά συστήματα μπορούν να χρησιμοποιούνται με ολιστικό αλλά και διαισθητικό τρόπο όπως και τα προτασιακά συστήματα, όμως ένας λόγος που τα παιδιά δυσκολεύονται στο σχολείο είναι ότι δεν τους δίνεται η ευκαιρία να εκφράζονται με εικονικό τρόπο (Sutherland,1995).

ζ) ***άμεσης διαχείρισης*** **(direct manipulation)** ***των σχημάτων στην οθόνη του υπολογιστή.*** Τα γεωμετρικά σχήματα στην οθόνη του υπολογιστή μπορούν να μεταβάλλονται μέσω της λειτουργίας της «*άμμεσης διαχείρισης*» έτσι ώστε να διατηρούν τις γεωμετρικές τους ιδιότητες, ενώ η μορφή τους μεταβάλλεται.

η) ***διάθεσης μιας ποικιλίας εργαλείων.*** Με αυτό τον τρόπο οι μαθητές έχουν δυνατότητες επιλογής των εργαλείων που ταιριάζουν περισσότερο στη γνωστική τους ανάπτυξη και να εκφράσουν τις ατομικές ή/και ενδοατομικές τους διαφορές στη μάθηση των μαθηματικών (Kordaki, 2003, Kordaki & Balomenou).

θ) ***σχεδίασης.*** Η σχεδίαση με τη βοήθεια των εργαλείων που διαθέτει το περιβάλλον ενός μικρόκοσμου ή/και με τη βοήθεια των εντολών κάποιας γλώσσας προγραμματισμού αναγκάζει το μαθητή να σχεδιάσει ένα σχήμα συνειδητά και με βάση τις ιδιότητές του ακολουθώντας έτσι τα βασικά σημεία-έννοιες μιας γεωμετρικής κατασκευής (Laborde, 1992).

ι) ***αυτόματης επίλυσης προβλήματος.*** Με αυτό τον τρόπο οι μαθητές μπορούν να συγκρίνουν τις δικές τους στρατηγικές επίλυσης με τα αποτελέσματα που δίνει ο υπολογιστής και να προσπαθούν να αυτοδιορθώνονται.

κ) ***επέκτασης.*** Πολλά περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού διαθέτουν δυνατότητες επέκτασης μέσω της κατασκευής μακροεντολών σύμφωνα με τις ανάγκες του χρήστη. Έτσι τα περιβάλλοντα αυτά εξελίσσονται παράλληλα με τον μαθητή ή/και τον καθηγητή.

λ) ***καταγραφής του ιστορικού των ενεργειών του χρήστη.*** Με αυτό τον τρόπο βρίσκεται στη διάθεση του μαθητή, του καθηγητή αλλά και του ερευνητή ένα πλούσιο υλικό για παραπέρα μελέτη και έρευνα.

μ) ***παρουσίασης πληροφορίας με ποικίλους τρόπους.*** Μια ποικιλία υλικών μέσων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ένα μάθημα για παρουσίαση πληροφοριών όπως π.χ. κείμενο, εικόνες, ήχος, κινούμενες εικόνες κ.α.

ν) ***επικοινωνίας και μάθησης στο χώρο και στο χρόνο του μαθητή.*** Το διαδίκτυο επίσης αποτελεί ένα άλλο σημαντικό εργαλείο, το οποίο μπορεί να παίξει καταλυτικό ρόλο στη διδασκαλία και στη μάθηση των μαθηματικών. Με τη χρήση του είναι δυνατό να σχεδιαστούν εργασίες (projects) με διερευνητικό χαρακτήρα και διεπιστημονικό περιεχόμενο. Επιπλέον η επικοινωνία μαθηματικών ιδεών μέσω του διαδικτύου ή του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου δίνει την ευκαιρία στους καθηγητές και στους μαθητές να διευρύνουν τις απόψεις τους για μαθηματικά θέματα ή διδακτικές προσεγγίσεις στα μαθηματικά. Διερευνητικά περιβάλλοντα μάθησης μαθηματικών εννοιών έχουν αναπτυχθεί από ερευνητές, τα οποία φαίνεται ότι επηρεάζουν τον τρόπο και το είδος των μαθηματικών που τα παιδιά μαθαίνουν. Ενδεικτικά αναφέρονται, τα περιβάλλοντα που στηρίζονται στη γλώσσα Logo, τα δυναμικά περιβάλλοντα μάθησης Cabri- Geometry, Geometers΄ Schetsch Pad, Sim Calc, Derive, Geometer Supposer, CARME microworld, όπως και τα προγράμματα γενικού σκοπού πχ. λογιστικά φύλλα, βάσεις δεδομένων, κ.α.

2. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στα νέα περιβάλλοντα μάθησης

Σύμφωνα με τις σύγχρονες κοινωνικές και εποικοδομιστικές θεωρήσεις για την κατασκευή της γνώσης (von Glasersfeld, 1987, Vygotsky, 1978), η μάθηση των μαθηματικών αποτελεί μια ενεργητική και κατασκευαστική διαδικασία η οποία είναι ιδιαίτερη για τον κάθε μαθητή. Επιπλέον, οι σύγχρονες θεωρήσεις δίνουν έμφαση στη σημασία της χρήσης εργαλείων για την κατασκευή της μαθηματικής γνώσης από τους μαθητές.

Ανάμεσα στα διάφορα εργαλεία αναγνωρίζεται ως κεντρικός, ο ρόλος των υπολογιστικών εργαλείων τα οποία παρέχονται από ειδικά σχεδιασμένα περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού (Noss & Hoyles, 1996). Ο δάσκαλος σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρήσεις για τη γνώση και τη μάθηση έχει το ρόλο δημιουργού κατάλληλων μαθησιακών περιβαλλόντων μέσα στα οποία ο μαθητής είναι ενεργητικός, εκφράζει τις προσωπικές του ιδέες για τα μαθηματικά και κατασκευάζει γνώση σύμφωνα με τις ιδιαιτερότητές του.

Για το σκοπό αυτό ο δάσκαλος παρέχει στους μαθητές του μια σειρά κατάλληλα εργαλεία προκειμένου να πραγματοποιήσουν τις μαθησιακές δραστηριότητες. Οι δραστηριότητες είναι αυτές που δημιουργούν το κίνητρο στο μαθητή να τις πραγματοποιήσει και ως εκ τούτου παίζουν κεντρικό ρόλο στη μάθηση (Nardi, 1996). Για το λόγο αυτό οι δραστηριότητες θα πρέπει αφ ενός μεν να έχουν σημασία για το μαθητή, δηλαδή να βρίσκονται στον κόσμο των ενδιαφερόντων του και αφ ετέρου θα πρέπει να τον ενεργοποιούν να διερευνά προκειμένου να κατασκευάζει τη γνώση του. Ανάμεσα στους τύπους δραστηριοτήτων σημαντικό ρόλο κατέχουν οι δραστηριότητες που μπορούν να επιλυθούν με πολλαπλούς τρόπους διότι επιτρέπουν στο μαθητή να εκφράσει διαφορετικά είδη γνώσης όπως, διαισθητική, εικονική και τυπική γνώση. Σε περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού οι πολλαπλές επιλύσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν με τη χρήση διαφορετικών εργαλείων (Kordaki, 2003).

Στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων που προαναφέρθηκε ο δάσκαλος έχει το ρόλο του ερευνητή και του δημιουργού μοντέλων (Cobb & Steffe, 1983). Πιο συγκεκριμένα, κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας ο δάσκαλος συνειδητά διαχωρίζει τα μαθηματικά που εκείνος γνωρίζει από τα μαθηματικά που οι μαθητές του κατασκευάζουν και είναι ευέλικτος ώστε κάθε στιγμή να δημιουργεί ένα μοντέλο για το σημείο στο οποίο βρίσκεται κάθε μαθητής του ώστε με κατάλληλες παρεμβάσεις να μπορεί να τον οδηγήσει να προχωρήσει ο ίδιος σε εξέλιξη της γνώσης του.

Βιβλιογραφία

ΕΑΙΤΥ, (2002), *Εκπαιδευτικό Λογισμικό - Πρώτη γνωριμία με διαθέσιμο εκπαιδευτικό λογισμικό.*

Π.Ι., Ι.Τ.Υ., Πληροφορική Τεχνογνωσία Ε.Π.Ε., (2000), *The Geometer's Sketchpad, Σχολικό Εκπαιδευτικό Λογισμικό - Οδηγός Χρήσης*, ελληνική έκδοση: Windows έκδοση 1.0, Αθήνα: Καστανιώτης.

Π.Ι., Ι.Τ.Υ., Πληροφορική Τεχνογνωσία Ε.Π.Ε., (2000), *The Geometer's Sketchpad - Προεκτύπωση του Βιβλίου ''Διδάσκοντας Γεωμετρία με το The Geometer's Sketchpad'' (Σημειώσεις Καθηγητή)*, έκδοση 1.0, Αθήνα: Καστανιώτης.

Π.Ι., Ι.Τ.Υ., Πληροφορική Τεχνογνωσία Ε.Π.Ε., (2000), *Μαθαίνοντας Γεωμετρία με το The Geometer's Sketchpad - Υποδειγματικές Δραστηριότητες (Βιβλίο Μαθητή)*, Αθήνα: Καστανιώτης.

Ράπτης Α., Ράπτη Α., (2004), *Μάθηση και Διδασκαλία στην Εποχή της Πληροφορίας - Ολική Προσέγγιση*, τόμος Α΄, Αθήνα: Αυτοέκδοση.

Ράπτης Α., Ράπτη Α., (2004), *Μάθηση και Διδασκαλία στην Εποχή της Πληροφορίας - Παιδαγωγικές Δραστηριότητες*, τόμος Β΄, σελ. 263-268, Αθήνα: Αυτοέκδοση.

Ράπτης Αρ., Ράπτη Αθ., (1999), *Πληροφορική και Εκπαίδευση: Συνολική Προσέγγιση*, Αθήνα: Αυτοέκδοση.

ΥΠ.Ε.Π.Θ., Π.Ι., (1992), *Μαθηματικά Πέμπτης Δημοτικού*, βιβλίο για το δάσκαλο, Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

ΥΠ.Ε.Π.Θ., Π.Ι., (1999), *Τα μαθηματικά μου Ε΄δημοτικού*, β΄ μέρος, Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

ΕΛΛΑΔΑ 2008
Ανάπτυξη παντού. Ανάπτυξη για όλους.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ

ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης